Зафиксируем на плоскости треугольник *АВС*.

1. Обозначим через *SL, SM, SK* площади треугольников, вершинами которых являются, соответственно, основания биссектрис, медиан и точки касания вписанной окружности данного треугольника *АВС.* Доказать, что *SK* ≤ *SL*≤ *SM*.

2. Для точки *Х*, находящейся внутри треугольника *АВС*, рассмотрим треугольник *ТХ*, вершинами которого являются точки пересечения прямых *АХ, ВХ, СХ* с прямыми *ВС, АС, АВ* соответственно.

2.1. Найдите положение точки *Х*, для которого площадь треугольника *ТХ* будет наибольшей.

2.2. Предложите эффективный критерий сравнения между собой площадей треугольников *ТХ* для разных положений точки *Х*.

2.3. Найдите положения точки *Х*, для которых периметр треугольника *ТХ* является наименьшим и набольшим.

2.4. Предложите эффективный критерий сравнения между собой периметров треугольников *ТХ* для различных положений точки *Х*.

2.5. Предложите и решите аналогичные задачи для экстремальных значений других параметров (например, радиуса вписанной окружности, длины наибольшей высоты) треугольников *ТХ*.

3. Для точки *Y*, находящейся внутри окружности ω, описанной около треугольника *ABC*, рассмотрим треугольник Δ*Y*, вершинами которого являются точки пересечения прямых *AY, BY, CY* с окружностью ω. Предложите и решите аналогичные задачи для треугольников Δ*Y* для различных положений точки *Y*.

4. Предложите и решите аналогичные задачи для выпуклых многоугольников.

5. Для точки *Z*, находящейся внутри окружности ω, описанной около треугольника *ABC*, рассмотрим треугольник *FZ*, вершинами которого являются ортогональные проекции точки *Z* на прямые *BC, AC, AB.* Предложите и решите аналогичные задачи для треугольников *FZ* для различных положений точки *Z*.

6. Предложите свои конфигурации в этой задаче и изучите их.